

## 6.3.1 Zwei parallele Ströme ziehen sich an



### 1 Motivation

Dieser qualitative Versuch demonstriert, dass sich parallel fließende Ströme anziehen und entgegengesetzt fließende Ströme abstossen.

### 2 Experiment

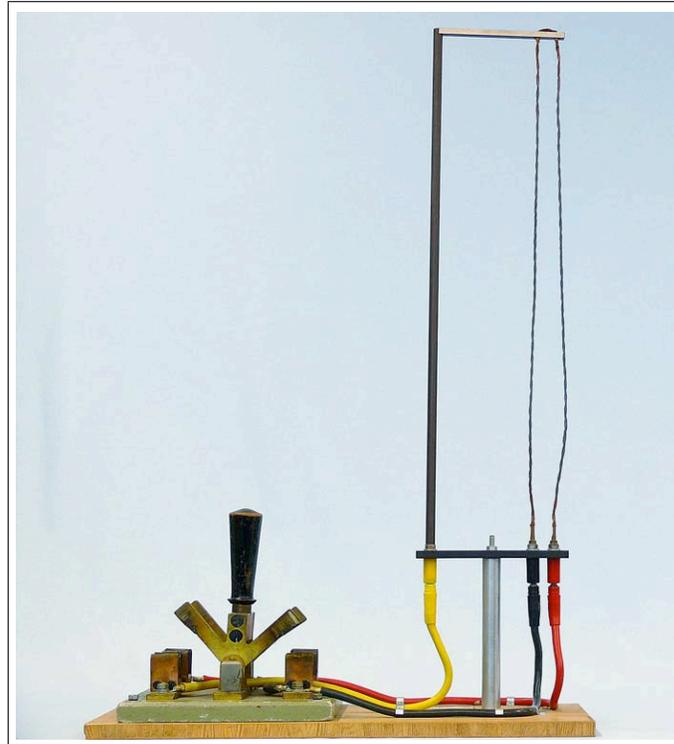


Abbildung 1: Versuchsanordnung „Zwei parallele Ströme ziehen sich an“.

Zwei senkrecht verlaufende Litzen sind lose befestigt, so dass sie seitlich beweglich sind (siehe Abb. 1). Mit einem Schalter wird eine 40 V - Gleichspannung angeschlossen, so dass ein Strom von 100 A durch die Litzen fließt, und zwar parallel in der einen und antiparallel in der anderen Schalterstellung. Die beiden Litzen ziehen sich dementsprechend an bzw. stoßen sich ab.

## 3 Theorie

### 3.1 Magnetfeld eines unendlich langen, stromdurchflossenen Leiters

Ein Strom  $I$  (Stromdichte  $\mathbf{j}$ ) oder ein veränderliches elektrisches Feld  $\partial\mathbf{E}/\partial t$  ist mit einem magnetischen Wirbelfeld  $\mathbf{B}$  verbunden:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \left( \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (1)$$

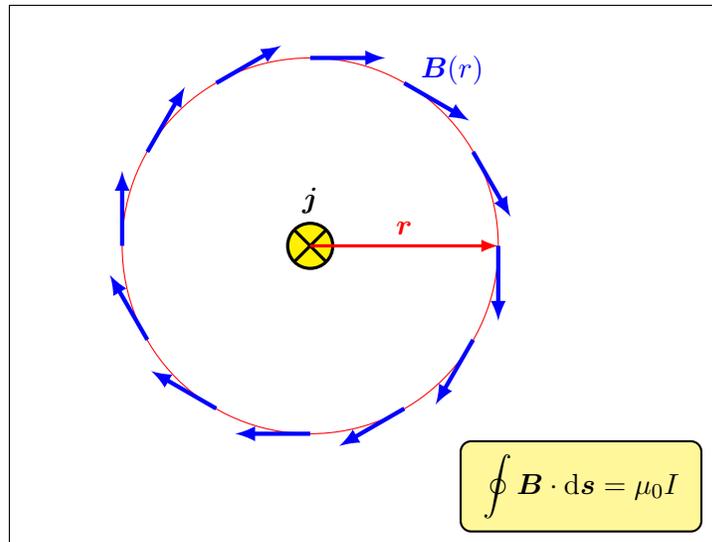


Abbildung 2: Magnetische Induktion  $\mathbf{B}(r)$  eines unendlich ausgedehnten, stromdurchflossenen Leiters

Im stationären Fall gilt:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2)$$

Wir betrachten einen unendlich langen, stromdurchflossenen Leiter. Wegen der Quellenfreiheit der magnetischen Induktion:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

gibt es keine Radialkomponente  $\mathbf{B}_r$ , da das Oberflächenintegral des magnetischen Flusses über einen zum Leiter konzentrischen Zylinder verschwindet.

Dagegen folgt aus Gleichung 2 eine Tangentialkomponente  $\mathbf{B}(r) = \mathbf{B}_\varphi(r)$  (siehe Abb. 2). Wir wenden den Satz von Stokes auf die Kreisfläche  $A$  mit Umrandung  $\partial A$  und Radius  $r$  an:

$$\int_A (\nabla \times \mathbf{B}) \, d\mathbf{A} = \oint_{\partial A} \mathbf{B} \, d\mathbf{s} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \mu_0 \int_A \mathbf{j} \, d\mathbf{A} = 2\pi r B(r) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \mu_0 I = 2\pi r B(r) \quad (6)$$

Damit folgt für die magnetische Induktion:

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \quad (7)$$

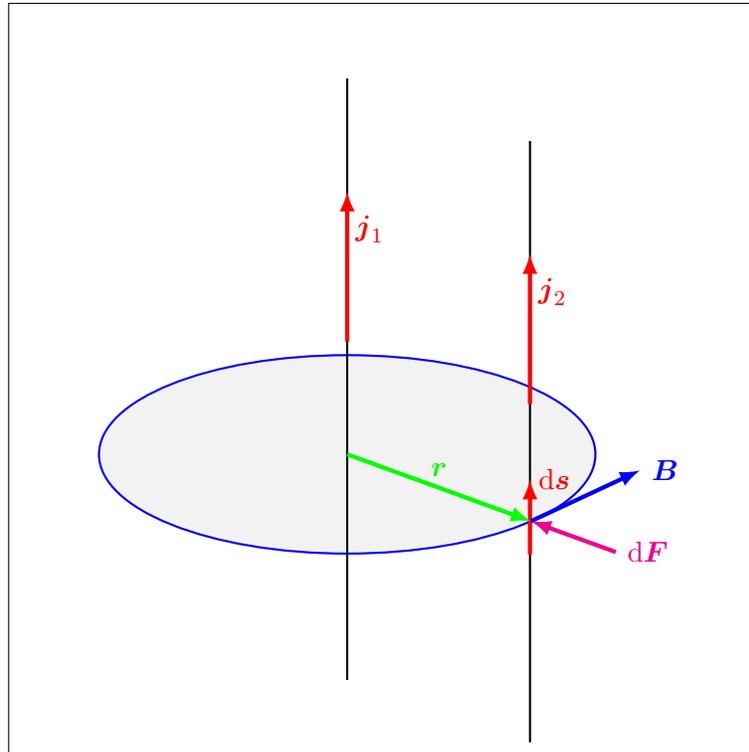


Abbildung 3: Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern. Die Stromdichten seien gleich gross,  $|\mathbf{j}_1| = |\mathbf{j}_2| = I \cdot A$ , wobei  $A$  den Querschnitt der Leiter und  $I$  den Strom bezeichnen.

### 3.2 Kräfte auf stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

Die Lorentzkraft auf die Ladung  $q$  eines Elektrons (negative Ladung!) der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  beträgt

$$\mathbf{F}_i = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (8)$$

Die Stromdichte beträgt

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v} = \frac{I}{A} \frac{d\mathbf{s}}{|d\mathbf{s}|}, \quad (9)$$

wobei  $n$  die Teilchendichte der Ladungsträger sei.

Die Kraft  $d\mathbf{F}$  auf ein Leiterstück der Länge  $ds$ , Querschnitt  $A$  und Stromdichte  $\mathbf{j}$  beträgt dann

$$d\mathbf{F} = n \cdot (A ds) q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = (A ds)(\mathbf{j} \times \mathbf{B}) = I(d\mathbf{s} \times \mathbf{B}), \quad (10)$$

da  $\mathbf{j} = |\mathbf{j}| \cdot d\mathbf{s}/|d\mathbf{s}|$  gilt. Es ist also

$$d\mathbf{F} = I(d\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \quad (11)$$

### 3.3 Kraft zwischen zwei parallelen Strömen

Zur Vereinfachung der Rechnung nehmen wir zwei unendlich ausgedehnte Leiter an. Der durch die Leiter fließende Strom sei  $I$ , der Leiterquerschnitt  $A$ . Dann ist die Stromdichte gegeben durch

$$\mathbf{j} = \frac{I}{A} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{|d\mathbf{s}|}, \quad (12)$$

wobei  $d\mathbf{s}$  ein Linienelement in Richtung des Leiters ist (siehe Abb. 3).

Das vom Leiter Nr. 1 im Abstand  $r$  am Ort des 2. Leiters erzeugte Magnetfeld  $B$  ist gleich

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r} \quad (13)$$

Auf das Leiterelement der Länge  $ds$  wirkt die Biot-Savart-Kraft

$$d\mathbf{F} = (\mathbf{j}_2 \times \mathbf{B}) A ds = I_2 (d\mathbf{s} \times \mathbf{B}) = -I_2 B ds \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (14)$$

und ist damit für parallele Ströme nach innen gerichtet.

Die spezifische Kraft (=Kraft/Länge) ist gleich

$$\boxed{\frac{dF}{ds} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r}} \quad (15)$$

Für antiparallele Ströme kehrt sich das Vorzeichen der Kraft um; die stromdurchflossenen Leiter stossen sich dann ab.